

Feuille de calcul n°22 — Dénombrement et probabilités

Exercice 1. Écrire sous forme d'entiers ou de fractions irréductibles les nombres suivants.

$$A = \frac{5!}{3!} \quad B = \frac{101!}{99!} \quad C = \frac{7!}{3!^2} \quad D = \frac{3! \times 6!}{4! \times 5!} \quad E = 5! - 4! \quad F = \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!}.$$

Exercice 2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier les expressions suivantes.

$$A = \frac{(n+2)!}{(n-1)!} \quad B = \frac{(2n+2)!}{(2n)!} \quad C = \frac{(n^2-1)n!}{(n+2)!} \quad D = \frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+1)(n+1)!} - \frac{1}{n \times n!}.$$

Exercice 3. Calculer les coefficients binomiaux suivants.

$$A = \binom{4}{2} \quad B = \binom{9}{8} \quad C = \binom{7}{3} \quad D = \binom{125}{0} \quad E = \binom{44}{43} \quad F = \binom{9}{3}.$$

Exercice 4. Soit n un entier supérieur ou égal à 3. Simplifier les expressions suivantes.

$$A = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} \quad B = \binom{n}{2} + \binom{n}{3} \quad C = \binom{n+1}{n} - \binom{n}{n-1} \quad D = \frac{\binom{2n+2}{n+1}}{\binom{2n}{n}}.$$

Exercice 5. On donne le tableau de probabilités suivant :

	B	\bar{B}
A	0,45	0,15
\bar{A}	0,07	0,33

Déterminer les probabilités suivantes.

$$\mathbf{P}(\bar{A}) \quad \mathbf{P}(B) \quad \mathbf{P}(A \cap B) \quad \mathbf{P}(A \cup B) \quad \mathbf{P}(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad \mathbf{P}(\bar{A} \cup B).$$

Exercice 6. On considère deux événements A et B d'une même expérience aléatoire.

1. On suppose que $\mathbf{P}(A) = 0,45$ et $\mathbf{P}(B | A) = 0,6$. Calculer $\mathbf{P}(\bar{A})$ et $\mathbf{P}(A \cap B)$.
2. On suppose que $\mathbf{P}(A) = 0,05$, $\mathbf{P}(B) = 0,1$ et $\mathbf{P}(B | A) = 0,8$. Calculer $\mathbf{P}(A | B)$, $\mathbf{P}(A \cap B)$ et $\mathbf{P}(A \cup B)$.
3. On suppose que $\mathbf{P}(A) = \frac{3}{4}$, $\mathbf{P}(\bar{B} | A) = \frac{1}{2}$ et $\mathbf{P}(\bar{B} | \bar{A}) = \frac{3}{4}$. Calculer $\mathbf{P}(\bar{A})$, $\mathbf{P}(B | A)$, $\mathbf{P}(B)$ et $\mathbf{P}(A | B)$.